



INSTRUCCIONES:

- Tienes 4 horas y media para resolver el examen.
- Para cada problema escribe claramente todo tu procedimiento.
- Solamente puedes hacer preguntas durante la primera hora de examen.

¡Mucha suerte!

PROBLEMAS:

**Problema 1.** Tenemos un polígono regular de 20 lados. ¿Cuántos triángulos hay que tengan sus vértices sobre los vértices del polígono pero que sus lados no sean lados del polígono?

**Problema 2.** Sea  $\triangle ABC$  un triángulo rectángulo con ángulo recto en  $B$  y de forma que  $AB = 2BC$ . Sea  $D$  sobre la bisectriz del ángulo  $\angle ABC$  tal que  $AD = DC$ . Demuestra que la perpendicular a  $BD$  por  $A$  corta a  $CD$  en su punto medio.

**Problema 3.** Sea  $N$  un entero positivo tal que existen exactamente 2017 pares ordenados  $(x, y)$  de números que satisfacen la ecuación

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{N}$$

Demuestra que  $N$  es un cuadrado perfecto.